



# ECUACIONES E INECUACIONES

## UNIDAD III

### EJERCICIOS ABIERTOS

- 1) ¿Cómo se define un número complejo?
- 2) ¿Cuáles son las seis formas de representar números complejos?
- 3) Expresar las fórmulas de conversión de números complejos entre todas sus formas.
- 4) Explicar el comportamiento de los argumentos con respecto a los signos de las componentes de un número complejo.

- Expresar los siguientes números en todas sus formas:

5)  $z_1 = 3 + 2i$

6)  $z_2 = 4 - 5i$

7)  $z_3 = (-8, -6)$

8)  $z_4 = (-7, 9)$

9)  $z_5 = 4.5(\cos 15^\circ + i \cdot \text{sen} 15^\circ)$

10)  $z_6 = 2.1(\cos 53^\circ + i \cdot \text{sen} 53^\circ)$

11)  $z_7 = 3 \angle -70^\circ$

12)  $z_8 = 10 \angle 30^\circ$

13)  $z_9 = 13 \text{cis} 140^\circ$

14)  $z_{10} = -4.6 \text{cis} 226^\circ$

15)  $z_{11} = 1.5e^{2i}$

16)  $z_{12} = -5.3e^{\pi i}$

- Considerando los números dados y los resultados obtenidos, efectuar las siguientes operaciones:

17)  $z_1 + z_2$

18)  $z_3 + z_4$

19)  $z_3 - z_1$

20)  $z_2 - z_4$

21)  $z_3 \cdot z_2$

22)  $z_1 \cdot z_4$

23)  $z_5 \cdot z_6$

24)  $z_7 \cdot z_{10}$

25)  $z_6 \cdot z_9$

26)  $z_{11} \cdot z_{12}$

27)  $\frac{z_2}{z_1}$

28)  $\frac{z_4}{z_3}$

29)  $\frac{z_7}{z_8}$

30)  $\frac{z_9}{z_{10}}$

31)  $\frac{z_6}{z_5}$

32)  $\frac{z_{12}}{z_{11}}$

33)  $(z_3)^2$

34)  $(z_7)^5$

35)  $(z_9)^3$

36)  $(z_{11})^4$

37)  $\sqrt{z_6}$

38)  $\sqrt[3]{z_2}$

39)  $\sqrt[4]{z_8}$

40)  $\sqrt[3]{z_{12}}$

- 41) ¿Cuál es la diferencia entre un número complejo conjugado y uno opuesto?

- Dados los siguientes números complejos:  $z_1 = 5 + 2i$  y  $z_2 = -1 + 4i$ , comprobar que:

42)  $\bar{\bar{z}}_1 = z_1$

43)  $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$

44)  $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$

45)  $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

46)  $|r_1|^2 = z_1 \cdot \bar{z}_1$

47)  $z_1 = \bar{z}_1 \Leftrightarrow z_1 \in R$

48)  $z_1 + \bar{z}_1 \in R$

49)  $z_1 \cdot \bar{z}_1 \in R$

50)  $\operatorname{Re}\{z_1\} = \frac{z_1 + \bar{z}_1}{2}$

51)  $\operatorname{Im}\{z_1\} = \frac{z_1 - \bar{z}_1}{2}$

52) Dados los siguientes números complejos:

$z_1 = 5 + 2i$ ,  $z_2 = 3(\cos 30^\circ + i \cdot \operatorname{sen} 30^\circ)$ ,  $z_3 = 8 \angle 245^\circ$ ,  $z_4 = 3e^{4i}$

Obtener:  $\left(\frac{z_1}{z_2} + z_4\right) \cdot (z_3)^4$

53) Sean los siguientes números complejos:

$z_1 = (-9, 4)$ ,  $z_2 = 8 \angle 60^\circ$ ,  $z_3 = -7 \operatorname{cis} 125^\circ$ ,  $z_4 = 6.5e^{3i}$

Hallar:  $\left(\frac{z_4}{z_1} - 5 \cdot z_3\right) \cdot \sqrt{z_2}$

54) Con los siguientes números complejos:

$z_1 = 5.6 + 3.7i$ ,  $z_2 = 4 \operatorname{cis} 143^\circ$ ,  $z_3 = -4.8(\cos 55^\circ + i \cdot \operatorname{sen} 55^\circ)$ ,  $z_4 = 2e^{-4i}$

Encontrar:  $z_2 + \left(z_3 \cdot \frac{z_4}{z_1} - 8\right)^5$

55) Dados  $z_1 = 6 \angle 90^\circ$ ,  $z_2 = 2 + i$ ,  $z_3 = (3, 3)$ ,  $z_4 = 5 \operatorname{cis} 180^\circ$ ,  $z_5 = 4(\cos 270^\circ + i \cdot \operatorname{sen} 270^\circ)$ , encontrar  $z$ , en forma polar, para que se cumpla la siguiente

igualdad:  $\left(\frac{\bar{z}_2 - z}{z_4 + z_3}\right)^2 + 3z_5 = (z_1)^5$

56) Sean  $z_1 = 1.5e^{3.5i}$ ,  $z_2 = -3 - 4i$ ,  $z_3 = (0, 1)$ ,  $z_4 = 10 \operatorname{cis} 360^\circ$ ,  $z_5 = 4 \angle 270^\circ$ , hallar

$z$ , en forma trigonométrica, para que se cumpla la siguiente igualdad:  $\frac{(z_4)^2 \cdot z^3 - 6z_3}{\bar{z}_2 + z_5} = (z_1)^4$

57) Explicar la diferencia entre polinomio y ecuación.

58) ¿Qué establece el algoritmo de la división entre polinomios?

59) ¿De acuerdo con el teorema fundamental del álgebra, un polinomio de grado  $n$  puede tener más de  $n$  raíces complejas? ¿Por qué?

60) Explicar con palabras el teorema del residuo.

61) ¿En qué consiste el teorema del factor?

62) Dado el polinomio:  $P(x) = 5x^4 - x^3 + 2x^2 - 6x - 7$ , comprobar el teorema de residuo si se divide entre  $x + 2$ .

63) ¿El binomio  $x + 11$  será factor del polinomio  $P(x) = x^3 + 8x^2 - 29x + 44$ ?

64) ¿Cómo se clasifican las raíces de un polinomio?

65) ¿En que consiste el proceso de división sintética?

66) ¿Qué son las cotas superior e inferior de raíces de polinomios?

67) ¿Cómo se obtienen las factibles las raíces enteras de un polinomio de coeficientes enteros?

• Encontrar las raíces enteras de los siguientes polinomios:

68)  $2x^3 - 16x^2 + 18x + 36 = 0$

69)  $3x^3 - 18x^2 - 39x + 126 = 0$

70)  $x^4 - 10x^3 + 5x^2 + 100x + 84 = 0$

71) ¿Cómo se obtienen las factibles las raíces racionales de un polinomio de coeficientes enteros?

72) ¿En qué consiste la regla de los signos de Descartes?

- Encontrar las raíces racionales de los siguientes polinomios:

73)  $2x^3 - 3x^2 - 9x + 10 = 0$

74)  $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

75)  $27x^4 + 63x^3 - 57x^2 - 7x + 6 = 0$

76) ¿Cómo se puede saber si un polinomio tiene raíces racionales?

77) Establecer un ejemplo de un polinomio que no tenga raíces racionales.

78) ¿En qué consiste el método de bisección para encontrar raíces irracionales?

- Aplicando el método de bisección, encontrar de forma aproximada las raíces irracionales de los siguientes polinomios:

79)  $4x^2 + 5x - 11 = 0$

80)  $3x^2 - x - 7 = 0$

81)  $x^4 - 30x^2 + 81 = 0$

82) ¿Cómo se presentan las raíces complejas en un polinomio?

- Obtener las raíces complejas de los siguientes polinomios:

83)  $2x^2 + 5x + 10 = 0$

84)  $5x^3 + x^2 + 40x + 8 = 0$

85)  $3x^3 + 7x^2 + 80x + 26 = 0$

Aplicando todos los conceptos vistos, hallar las raíces de los siguientes polinomios:

86)  $6x^3 + 2x^2 + 6x + 2 = 0$

87)  $5x^4 + 5x^2 - 10 = 0$

88)  $x^4 - 2x^3 + 24x^2 - 50x - 25 = 0$

89)  $3x^5 + x^4 + 72x^3 + 24x^2 - 75x - 25 = 0$

90) ¿Cómo se clasifican las desigualdades? Establecer dos ejemplos de cada tipo.

91) ¿Puede hablarse de una solución única en una inecuación?

92) ¿Cómo se clasifican los intervalos?

- Graficar los siguientes intervalos:

93)  $[-4, 7]$

94)  $(-6, -1)$

95)  $(3, 9]$

96)  $[-2, 5)$

97)  $[2, \infty)$

98)  $(-\infty, -1.5]$

99)  $(3.5, \infty)$

100)  $(-\infty, -2.2)$

101)  $(-\infty, \infty)$

102) Explicar las tres propiedades de las desigualdades.

103) Comprobar que si  $a > b \Rightarrow a + n > b + n$ , con  $a = 4, b = 2, n = 6$

104) Comprobar que si  $a > b \Rightarrow a \cdot n > b \cdot n$ , con  $a = 5, b = 3, n = 2$

105) Comprobar que si  $a > b \Rightarrow a \cdot n < b \cdot n$ , con  $a = 6, b = 2, n = -1$

106) Comprobar que si  $a > b \Rightarrow a \cdot n > b \cdot n$ , con  $a = 28, b = 16, n = 4$

107) Comprobar que si  $a > b \Rightarrow a \cdot n < b \cdot n$ , con  $a = 55, b = 30, n = -5$

108) Explicar la interpretación gráfica de la solución de una inecuación de primer grado.

- Resolver las siguientes inecuaciones de primer grado:

109)  $3x+7+2x < x-11+9x-17$

110)  $3(2-4x)-6x-1 > 7-3(2-5x)$

111)  $\frac{2}{5}+5x-\frac{3}{2} > \frac{1}{2}x-6-\frac{3}{4}x-8$

112)  $\frac{4}{3}+\frac{5}{2x} > \frac{7}{2}-\frac{3}{4x}-1$

113)  $\frac{3x-6}{x+4} < 2$

114)  $|2x-8| < 6$

115)  $|9-3x| > 12$

116)  $|5x-6| < |3x-10|$

117) Exponer las cuatro posibilidades de resultados de las inecuaciones simultáneas con una variable.

- Resolver las siguientes inecuaciones simultáneas:

118) 
$$\left. \begin{array}{l} 7x+14 > -4+4x \\ 12x+3 > -11+5x \end{array} \right\}$$

119) 
$$\left. \begin{array}{l} -6x-19 > -6+7x \\ -(x-3) > -13+2x-2 \end{array} \right\}$$

120) 
$$\left. \begin{array}{l} x-5x-3 < 1-9x-4 \\ 4x-9 < 11+15x-5+4x \end{array} \right\}$$

121) 
$$\left. \begin{array}{l} 6x+4 > 13+4x+7 \\ -3x-4-2x < -10-6-9x \end{array} \right\}$$

122) ¿Cuáles son los posibles escenarios de solución para inecuaciones cuadráticas en una variable?

123)  $x^2 - 36 > 0$

124)  $3x^2 - 27x < 0$

125)  $x^2 - 4x - 21 > 0$

126)  $6x^2 + 10x - 5 > 0$

127)  $2x^2 + 10x + 24 > 0$

128)  $5x^2 + 15x + 20 > 0$

129)  $x(2x-1) > (x-2)^2$

130)  $2x(x+2) > x(7x+10)+1$

131) ¿Cuál es el proceso que se sigue para resolver las desigualdades del cociente de polinomios?

132) Obtener la solución de las siguientes inecuaciones:

133)  $\frac{x^2 - 2x - 35}{x - 9} > 0$

134)  $\frac{x - 6}{x - 4} < 1$

135)  $\frac{2x^2 - 4x}{x^2 + 5x} < 0$

$$136) \frac{x+1}{x^2-x-42} < 0$$

$$137) \frac{x^3+8x^2}{x^2+4x+3} > 0$$

$$138) \frac{2}{x+5} > \frac{6}{x-3}$$